

1. La mesure : vocabulaire et notations.

La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le **mesurande**.

Le **mesurage** (mesure) est l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement la valeur d'une grandeur.

La **valeur vraie** du mesurande est la valeur que l'on obtiendrait si le mesurage était parfait. Un mesurage n'étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue. En effet il existe au cours du mesurage :

- Des **erreurs systématiques** liées à un défaut de l'appareil par exemple.
- Des **erreurs aléatoires** liées aux conditions de la mesure comme par exemple la température ou la manière de manipuler.

Le **résultat du mesurage**, ou résultat d'une mesure, n'est jamais une valeur. Il est toujours donné sous la forme d'un intervalle des valeurs probables du mesurande, associé à un niveau de confiance.

$$M = (m \pm u(M)) \text{ avec unité et niveau de confiance}$$

M est le résultat de la mesure, m est la mesure et u(M) est l'incertitude-type de la mesure

2. Notion d'erreur

- Les **erreurs systématiques** : erreurs « constantes » ou reproductibles, souvent liées à un défaut d'un appareil de mesure ou un défaut de protocole expérimental (elles affectent toujours le résultat dans le même sens).

Exemples : décalage du zéro, oubli de la tare...

- Les **erreurs aléatoires**: liées à l'opérateur, à la précision des instruments... Elles peuvent être réduites en augmentant le nombre de mesures.

3. Evaluation des incertitudes sur une mesure et expression d'un résultat

L'incertitude absolue de mesure, notée u(M) sur un résultat M est un paramètre permettant de juger de la qualité de la mesure.

3.1 Incertitude type A (Mesures multiples) (séries de mesure indépendantes sans erreurs systématiques)

L'évaluation de l'incertitude-type se fait par une approche statistique des N mesures.

- Retenir la valeur moyenne des N mesures effectuées

$$m = \bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n m_k$$

- Déterminer l'écart-type expérimental

$$s_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (m_k - \bar{m})^2}$$

Détermination de la valeur moyenne et de l'écart-type avec :

- *Un tableur : dans Excel fonctions MOYENNE et ECARTYPE*

- *La calculatrice : touche « stats », sélectionner 1. Edite, entrer les valeurs dans L1 et leurs fréquences dans L2.*

Lancer le calcul statistique à une variable avec « stats », CALC, :stats1-Var, puis 2^{nde}, 1, (puis si fréquences rentrées : 2^{nde}, 2) et « enter ». La moyenne et l'écart-type s'affichent alors.

- Déduire l'incertitude absolue u(M)

- Calcul de l'**incertitude-type s**

$$s = s_{\text{exp}} / \sqrt{n}$$

- Calcul de l'**incertitude-type élargie (ou absolue)**

$$u(M) = k.s$$

Le calcul définitif de l'incertitude-type u(M) s'obtient en multipliant s par le facteur d'élargissement k. En général k = 2 est choisi pour un niveau de confiance de 95 % c'est-à-dire que la valeur vraie M a 95 % de chance de se trouver dans l'intervalle m ± u(M).

3.2 Incertitude type B (Mesure unique)

Dans le cas d'une mesure unique, il existe des lois mathématiques permettant d'évaluer au mieux l'incertitude absolue sur la mesure.

Appareil de mesure gradué	s = Valeur d'une graduation / $\sqrt{12}$	Incertitude absolue : u(M) = 2 s
Appareil avec indication du fabricant	s = Ecart fabricant / $\sqrt{3}$	

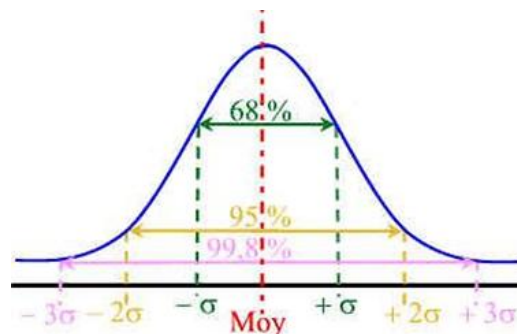
Les calculs du tableau peuvent être utilisés mais ne tiennent compte que d'erreurs liées à la résolution (graduation) ou à l'écart maximal donné par le fabricant.

Dans les laboratoires on tient très souvent compte des incertitudes-types liées à diverses erreurs. Par exemple le volume contenu dans une pipette jaugée ou une fiole jaugée est soumis à trois sources majeures d'incertitude :

- La température
- L'étalonnage de la fiole jaugée
- L'incertitude de répétabilité
- ajustage sur la lecture du volume.

3.3 Ecriture du résultat de mesure

En Sciences Physiques, il est courant que les mesures se répartissent selon une courbe de Gauss (en forme de cloche). Dans ce cas, le résultat aura 95% de chance (**niveau de confiance**) de se trouver dans l'intervalle $[\bar{m} - 2s, \bar{m} + 2s]$ (appelé **intervalle de confiance**).



Ecriture du résultat de la mesure :

$$M = \bar{m} \pm u(M) \text{ et unité, avec un niveau de confiance ...\%}$$

La présentation du résultat doit faire apparaître :

- La **grandeur** mesurée.
- La **valeur** de la mesure, en utilisant préférentiellement l'écriture scientifique.
- L'**incertitude absolue** de mesure associée éventuellement à un niveau de confiance.

(95 % souvent, sous forme de pourcentage = probabilité pour que la mesure vraie soit dans l'intervalle de confiance).

$u(M)$ sera écrit avec 1 chiffre significatif et majorée.
 \bar{m} et $u(M)$ doivent posséder le même nombre de décimales.

- L'**unité** de la grandeur mesurée.

La mesure réalisée m peut être considérée comme **satisfaisante** si la valeur tabulée (ou valeur de référence) est située dans l'intervalle $[m - u(M), m + u(M)]$.

4. **Précision de la mesure** ou **incertitude relative** = $\frac{u(M)}{M}$

Elle **s'exprime en général en %** et permet d'apprécier la **qualité d'une mesure**. Celle-ci est d'autant plus précise que cette grandeur est faible.

$$M = \bar{m} \text{ à } \frac{u(M)}{M} \% \text{ près}$$

5. Incertitudes composées

On évalue, avec une formule, l'incertitude-type d'une grandeur qui s'exprime en fonction d'autres grandeurs dont les incertitudes-types sont connues.

Si $y = x_1 + x_2$	$u(y) = \sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}$	Incrtitude absolue
$y = \frac{x_1}{x_2}$ ou $y = x_1 \cdot x_2$	$\frac{u(y)}{y} = \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2}$	Incrtitude relative

6. Comparaison avec une valeur de référence

Le résultat d'une mesure peut être comparée à une valeur de référence en utilisant le quotient :

$$e = \frac{|m_{\text{mes}} - m_{\text{ref}}|}{u(M)}$$

Avec :

- m_{mes} : résultat de la mesure
- m_{ref} : valeur de référence
- $u(M)$: incrtitude-type associée au résultat